

(令 8 前)

数 学

(文 科 系)

(1 ~ 3 ページ)

- ・ ページ番号のついていない白紙は下書き用紙である。

注意 解答はすべて答案用紙の指定のところに記入しなさい。

数 学(文科系) 75 点

1. $y = x^3$ のグラフを C とする. C 上の点 $P(-1, -1)$ を通る直線 ℓ が C と相異なる 3 つの共有点 P, A, B をもつように動くとする. ℓ の方程式を $y = ax + t$ とする. 以下の問に答えよ. (配点 25 点)

(1) t のとりうる値の範囲を求めよ.

(2) A の x 座標を α とし, B の x 座標を β とする. $\alpha\beta$ と $\alpha^2 + \beta^2$ を t を用いて表せ.

(3) A における C の接線を ℓ_A とし, B における C の接線を ℓ_B とする. ℓ_A と ℓ_B の交点 Q の軌跡を求め, 図示せよ.

- 2.** 1個のさいころを3回続けて投げ、出た目の数を順に a, b, c とおく. 多項式 $f(x), g(x)$ を

$$f(x) = 2x^3 + ax^2 + 3x + b, \quad g(x) = x^2 + cx + 1$$

とし, $f(x)$ を $g(x)$ で割ったときの余りを $r(x)$ とおく. 以下の問に答えよ. (配点25点)

- (1) $r(x)$ が 0 である確率を求めよ.
- (2) $r(x)$ が 0 でなく, かつ, $r(x)$ の次数が 0 である確率を求めよ.
- (3) $r(0)$ が奇数である確率を求めよ.
- (4) $r(0)$ が奇数であり, かつ, $r(1)$ が偶数である確率を求めよ.

3. 一辺の長さが 1 の正六角形 ABCDEF がある. 以下では三角形および四角形は, すべての頂点が A, B, C, D, E, F のいずれかである三角形および四角形のみとする. 三角形全体の集合を T とする. 長さの等しい辺がちょうど 3 本ある四角形全体の集合を Q_1 とし, 長さの等しい辺が 2 本ずつ 2 組ある四角形全体の集合を Q_2 とする. 要素の個数が有限個である集合 S の要素の個数を $n(S)$ で表す. 以下の問に答えよ. (配点 25 点)

(1) $n(T)$ を求めよ.

(2) $n(Q_1)$ および $n(Q_2)$ を求めよ.

(3) 「四角形 $B_1B_2B_3B_4$ は三角形 $A_1A_2A_3$ を含む」とは

$$\{A_1, A_2, A_3\} \subset \{B_1, B_2, B_3, B_4\}$$

が成り立つこととする.

各三角形 $X \in T$ に対し, 集合 $S_1(X)$ と $S_2(X)$ を

$$S_1(X) = \{Y \mid Y \in Q_1 \text{ かつ } Y \text{ は } X \text{ を含む}\}$$

$$S_2(X) = \{Y \mid Y \in Q_2 \text{ かつ } Y \text{ は } X \text{ を含む}\}$$

と定める. 各三角形 $X \in T$ に対して $n(S_1(X))$ と $n(S_2(X))$ を求めよ.