

(令 7 理物後)

小 論 文

(問題部分は 1 ～ 5 ページ)

- ・ ページ番号のついていない白紙は下書き用紙である。

注意 解答はすべて答案用紙の指定のところに記入しなさい。

小論文 400 点

I 地球を周回する人工衛星の運動について考える。地球は完全な球とし、地球の万有引力のみを考え、空気抵抗は無視できるものとする。以下の問 1 ～ 5 に答えなさい。必要な物理量があれば各自で定義して用いなさい。(配点 140 点)

問 1 地表から高さ h の軌道を速さ v で等速円運動する人工衛星について考える。
速さ v と高さ h の関係を求めなさい。

問 2 静止衛星はどのような軌道をとるか説明しなさい。また、そのときの速さを求めなさい。

問 3 地球の半径を $6.4 \times 10^3 \text{ km}$ としたとき、静止衛星の地表からの高さが $3.6 \times 10^4 \text{ km}$ となることを説明しなさい。

人工衛星を赤道上地表面から、水平かつ地球の自転と同じ向きに、地表から見て初速 V で打ち出す場合を考えよう。

問 4 人工衛星が地表面すれすれに円運動をする場合、この運動を実現する初速 V を式で求めなさい。

問 5 初速 V が大きいと、人工衛星は地球の重力を振り切って飛び去って行く。このときの初速 V の条件を示しなさい。

Ⅱ 図のように、原点 O と x 軸上の点 $P(x = L)$ の間に導線が張力 S で張られている。紙面に垂直に裏から表の向きに磁束密度の大きさ B の一様磁場がかかっている。導線には直流電流 I が流れており、 y 軸正の向きにたわんでいる。以下の問 1 ～ 5 に答えなさい。必要な物理量があれば各自で定義して用いなさい。また、必要なら角度 θ が小さいときに成り立つ近似式 $\sin \theta \doteq \tan \theta$ を用いてよい。(配点 130 点)

問 1 電流がどの向きに流れているか答えなさい。

問 2 導線の変位が十分小さいとき、 y 軸方向への変位は x の 2 次関数 $y = F(x)$ を用いて表される。また、変位の最大値 δ は、

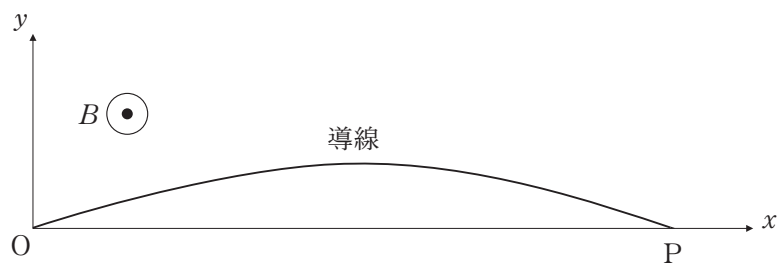
$$\delta = \frac{BIL^2}{8S} \quad (1)$$

である。2 次関数 $F(x)$ を式で表しなさい。

問 3 $F(x)$ が x の 2 次関数であることと、導線にはたらく力のつり合いを考えることによって、変位の最大値 δ が式(1)で与えられることを説明しなさい。

問 4 電流の大きさを変えながら変位の最大値 δ を測定したところ、表のような結果になった。横軸を電流の大きさ、縦軸を δ としてグラフを書きなさい。

問 5 問 4 において、磁束密度 $B = 0.200 \text{ T}$ 、 OP 間距離 $L = 30.0 \text{ cm}$ であった。また、表の電流値は正確であるとする。導線にはたらく張力 S を有効数字 2 桁で求めなさい。



電流 I [mA]	変位の最大値 δ [mm]
50	0.049
100	0.101
150	0.152
200	0.206
250	0.243
300	0.305
350	0.344
400	0.405

Ⅲ 図のように、一端が $x = -L$ の点 P に、他端が $x = L$ の点 Q に固定された弦が、 xy 平面内で振動している。弦の線密度を ρ 、張力を T で表す。時刻 $t = 0$ では、弦の y 方向の変位は $y = A \sin \frac{\pi x}{L}$ であった。ただし、振幅 A は L に比べて十分に小さく、重力加速度の影響は無視できるものとする。以下の問 1 ～ 6 に答えなさい。必要な物理量があれば各自で定義して用いなさい。(配点 130 点)

問 1 時刻 $t = 0$ での弦の長さは $D = \int_{-L}^L \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$ で表される。 A が十分に小さいので、近似式 $D \doteq \int_{-L}^L \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right] dx$ を使って D を求めなさい。

問 2 時刻 t における弦の y 方向の変位は $y = (A \cos \omega t) \sin \frac{\pi x}{L}$ である。ただし、 ω は角振動数である。時刻 t における弦の長さ $D(t)$ を求めなさい。

問 3 時刻 t において弦の長さは $D(t) - 2L$ だけ伸びている。弦を伸ばすのに必要な仕事 $W(t)$ を求めなさい。ただし、弦の伸びは小さく、線密度 ρ および張力 T は常に一定であるとする。

問 4 時刻 t における弦の運動エネルギーは

$$K(t) = \frac{\rho}{2} \left[\frac{d}{dt} \cos \omega t \right]^2 \int_{-L}^L \left(A \sin \frac{\pi x}{L} \right)^2 dx$$

で与えられる。 $K(t)$ を求めなさい。

問 5 $W(t)$ と $K(t)$ の和がどのように時間変化するか、理由とともに述べなさい。

問 6 ρ と T を用いて、弦の振動数 ν を表しなさい。

