

(令 5 理物後)

小論文

(問題部分は 1 ～ 6 ページ)

- ・ ページ番号のついていない白紙は下書き用紙である。

注意 解答はすべて答案用紙の指定のところに記入しなさい。

小論文 400 点

I 図のような、ろうとの面上にある質量 m の質点の運動を考える。鉛直方向に z 軸をとり、 z 軸からの距離を r とすると、このろうとの面は曲線 $z = -\frac{1}{r}$ ($r > 0$) を z 軸を中心軸として回転させた面となっている。この系には z 軸鉛直下向きに重力加速度 g の重力がはたらいていて、質点は面上をなめらかに運動するものとする。このとき以下の問 1～4 に答えなさい。必要な物理量があれば各自で定義して用いてもよい。(配点 140 点)

問 1 質点が z 軸から距離 r にあるときの位置エネルギーを求めなさい。

問 2 質点が z 軸から距離 r で速さ v の等速円運動をしている。このときの r と v の関係を求めなさい。

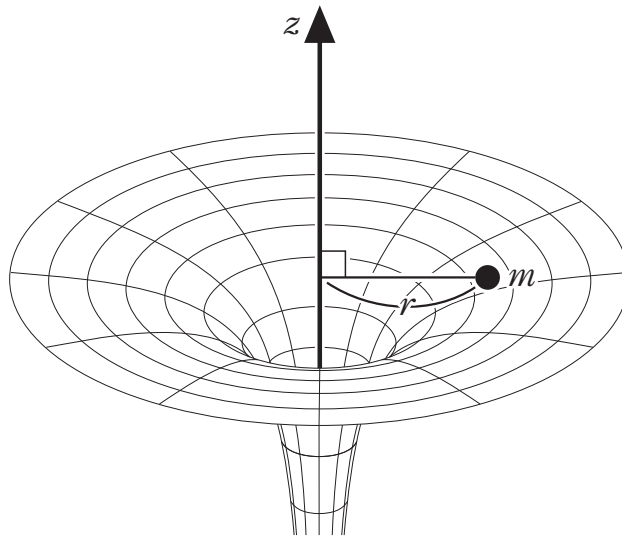
つぎに、ある点で質点の速さ v を進行方向を変えずに増大させたところ、質点の z 軸からの距離 r が周期的に変化する運動をし始めた。質点は z 軸に最も近い距離 r_A の点 A を速さ v_A で通過し、最も遠い距離 r_B の点 B を速さ v_B で通過した。

問 3 このとき、距離 r を与える線分が単位時間に描く面積速度は、点 A と点 B で等しいことを示しなさい。この系では力学的エネルギー E は

$$E = -\frac{mg}{r_A + r_B}$$

となることを用いてもよい。

問 4 さらに、点 A での速さ v_A を s 倍 ($s > 1$) に増加させたとき、最も遠い点 B の z 軸からの距離は r'_B となった。 r'_B を求めなさい。速さ sv_A をさらに大きくしたとき、 r'_B は増大し、質点は無限遠に飛んでいった。このときの最小の s を求めなさい。



II 以下の問 1～6 に答えなさい。必要な物理量があれば各自で定義して用いてもよい。(配点 130 点)

図に示すような半径 a の円環導線があり、磁束密度 B の一様な磁場が、円環で作られる面に垂直に図の下から上に貫いている。長さが $2a$ で両端間の抵抗値が $2R$ である一様な抵抗値を持つ抵抗体棒が、棒の中心で円環の中心点 O において導体支持棒に接しており、点 O を中心に回転できる。この抵抗体棒は両端で円環導線に接している。円環導線と導体支持棒には図に示す回路が接続されており、スイッチを切り替えることにより、円環導線と支持棒間の電圧の測定をすることや、電圧を与えて電流の測定をすることができる。抵抗体棒が回転するときの空気抵抗は無視できるものとする。また、抵抗体棒と円環導線や導体支持棒との接触については摩擦や接触抵抗は無いものとし、抵抗体棒以外の導体の抵抗値は無視できるものとする。

問 1 スイッチが電圧計に接続された状態で、抵抗体棒を角速度 ω_0 で回転させたとき、電圧計の示す電圧を求めなさい。

つぎに、回転を停止させてスイッチを電池側に接続し、電圧 V を与えた。

問 2 このとき電流計の示す電流を求めなさい。

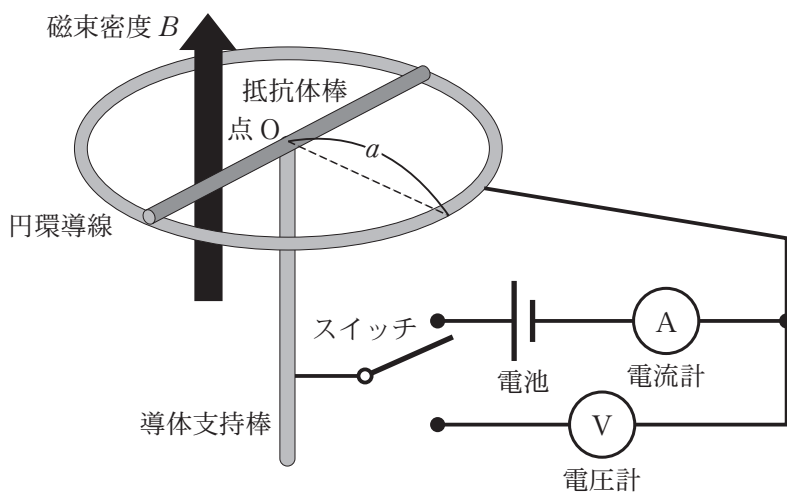
問 3 問 2 の電流が流れている状態で、抵抗体棒の中心 O から距離 x ($< a$) にある微小区間 Δx に生じる力の大きさと向きを示し、この力による点 O のまわりに生じる力のモーメントを求めなさい。

問 4 微小区間の力のモーメントを足し合わせることで全体の力のモーメントを求めることができる。抵抗体棒全体にはたらく力から生じる点 O のまわりの力のモーメントを求めなさい。

さらに、スイッチを電池側に接続したままで、一定の電圧を与え続けた。

問 5 しばらく後に抵抗体棒は一定の速度で回転するようになった。この理由を簡潔に説明しなさい。

問 6 問 5 において、電池の電圧を 1.0 V とし、円環の半径 a を 10 cm 、磁束密度 B を 0.20 T 、抵抗体棒の抵抗値 $2R$ を $10\ \Omega$ とし、抵抗体棒の回転する角速度、および電流計の示す電流値を求めなさい。



Ⅲ 現在の情報化社会におけるデータ通信では、光ファイバーを用いた通信がよく利用される。これに関する以下の問 1～4 に答えなさい。必要な物理量があれば各自で定義して用いてもよい。(配点 130 点)

図は全長 L の光ファイバーの概念図である。屈折率の異なる 2 種類の透明な媒質 1 (屈折率 n_1) と媒質 2 (屈折率 n_2) からなる円柱状の二重構造をしていて、図は中心軸を含む断面を示している。媒質 1 と媒質 2 の外径は一定であり、 L は媒質 1 の外径より十分長く、光ファイバーはまっすぐに置かれているとしてよい。光の伝搬の様子を簡単に理解するためのモデルとして、媒質 1 の外径が光の波長より十分長い場合を考える。光の波長は常に一定で、光は図のように円柱の中心軸を含む平面内を進むと考えてよい。また、空気の屈折率は真空と同じ 1 としてよく、 $n_1 > n_2$ であり、媒質中での光の吸収による損失は無いものとする。

問 1 中心軸に垂直な左側の端面から角度 θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) で入射した光が、媒質の境界で全反射をくり返しながらい反対側の端面まで到達する θ の条件を示しなさい。

問 2 このときに光が全長 L の光ファイバー端面から反対側の端面まで到達するのに要する時間を求めなさい。

問 3 $\theta = 30^\circ$ 、 $n_1 = 1.5$ のときに、距離 $L = 10$ m 先の反対側の端面に到達するのに要する時間を有効数字 2 桁で求めなさい。

実際の光ファイバーでは、波長 λ の光が全反射を繰り返し伝搬する時の全反射の角度は離散的な値になることが知られている。

問 4 このように、光の波長 λ に応じて角度が離散的になる原因はなにかを答えなさい。また、同じような原因でおこる光の現象の例を一つあげて簡潔に説明しなさい。

