

(令 4 前)

# 数 学

(文 科 系)

(1 ~ 3 ページ)

- ・ ページ番号のついていない白紙は下書き用紙である。

**注意** 解答はすべて答案用紙の指定のところに記入しなさい。

数 学(文科系) 75 点

1.  $a$  を正の実数とする.  $x \geq 0$  のとき  $f(x) = x^2$ ,  $x < 0$  のとき  $f(x) = -x^2$  とし, 曲線  $y = f(x)$  を  $C$ , 直線  $y = 2ax - 1$  を  $\ell$  とする. 以下の問に答えよ. (配点 25 点)

(1)  $C$  と  $\ell$  の共有点の個数を求めよ.

(2)  $C$  と  $\ell$  がちょうど 2 個の共有点をもつとする.  $C$  と  $\ell$  で囲まれた図形の面積を求めよ.

**2.**  $a$  を正の実数とし、円  $x^2 + y^2 = 1$  と直線  $y = \sqrt{a}x - 2\sqrt{a}$  が異なる 2 点  $P, Q$  で交わっているとす。線分  $PQ$  の中点を  $R(s, t)$  とす。以下の問に答えよ。(配点 25 点)

(1)  $a$  のとりうる値の範囲を求めよ。

(2)  $s, t$  の値を  $a$  を用いて表せ。

(3)  $a$  が (1) で求めた範囲を動くときに  $s$  のとりうる値の範囲を求めよ。

(4)  $t$  の値を  $s$  を用いて表せ。

**3.**  $a, b$  を実数とし,  $1 < a < b$  とする. 以下の問に答えよ.

(配点 25 点)

- (1)  $x, y, z$  を 0 でない実数とする.  $a^x = b^y = (ab)^z$  ならば  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$  であることを示せ.
- (2)  $m, n$  を  $m > n$  をみたす自然数とし,  $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{5}$  とする.  $m, n$  の値を求めよ.
- (3)  $m, n$  を自然数とし,  $a^m = b^n = (ab)^5$  とする.  $b$  の値を  $a$  を用いて表せ.